УДК 530.12:531.51; 524.834

В. К. Щиголев

КОСМОЛОГИЧЕСКОЕ УСКОРЕНИЕ В МОДЕЛЯХ С ДИНАМИЧЕСКИМ Λ-ЧЛЕНОМ НА МНОГООБРАЗИИ ЛИРЫ

Аннотация. *Актуальность и цели.* Модели с динамическим космологическим членом $\Lambda(t)$ привлекли к себе внимание с тех пор, как проблема космологической постоянной получила реальное подтверждение уменьшения $\Lambda(t)$ со временем. Целью настоящей работы является построение и исследование космологических моделей в геометрии Лиры в предположении минимальности взаимодействия материи с полем вектора смещения и динамическим Λ-членом. *Материалы и методы.* Для вывода модифицированных уравнений Фридмана однородных и изотропных космологических моделей в геометрии Лиры используется предположение о временной зависимости космологического члена. Для получения точных решений применяются математические анзацы и феноменологические законы эволюции космологического члена. *Результаты.* Получены новые динамические уравнения и их точные решения в космологических моделях на многообразии Лиры. Найдены точные решения уравнений динамики модели при различных уравнениях состояния материи, заполняющей Вселенную, и определенных предположениях относительно эволюции космологического члена. Показано, что взаимодействие поля динамического космологического члена с вектором смещения способно сохранить уравнения неразрывности для обычной материи в неизменном виде. Установлена возможность ускоренного расширения в наших моделях. *Выводы.* Полученные результаты обнаруживают новые свойства космологических моделей с динамическим Λ-членом на многообразии Лиры по сравнению со стандартными моделями и открывают новые возможности в исследовании феномена ускоренного расширения Вселенной в современную эпоху. Предполагаемыми областями применения полученных результатов являются теоретическая космология и астрофизика.

Ключевые слова: космологические модели, геометрия Лиры, космологический член, ускоренное расширение Вселенной.

V. K. Shchigolev

COSMOLOGICAL ACCELERATION IN MODELS WITH DYNAMIC Λ-MEMBER FOR THE LYRA DIVERSITY

Abstract. *Background*. Models with a dynamic cosmological $\Lambda(t)$ member have attracted scientists' attention since the cosmological constant problem received a valid confirmation of $\Lambda(t)$ decline with time. The purpose of this paper is to construct and study cosmological models in the Lyra geometry assuming the minimal interaction of matter with the displacement vector field and dynamic Λ-member. *Materials and methods*. To derive the modified Friedmann equations of homogeneous and isotropic cosmological models in the Lyra geometry, the assumption of the time dependence of the cosmological member is used. Mathematical ansätze and phenomenological laws of the cosmological member evolution are applied to obtain the exact solutions. *Results*. New dynamic equations and their exact solutions in cosmological models for the Lyra diversity are obtained. Exact solutions of the equations of model dynamics under different equations of the state of the matter filling the universe and certain assumptions regarding the cosmological member evolution are found. It is shown that the interaction of the dynamic cosmological member with the displacement vector is able to preserve the continuity equations for the ordinary unchanged matter. The possibility of accelerated expansion in our models is established. *Conclusions*. The obtained results show the new properties of cosmological models with dynamic Λ-member for the Lyra diversity compared to standard models and open up new possibilities in the study of the accelerated universe expansion phenomenon in the modern era. The results are expected to be used in theoretical cosmology and astrophysics.

Key words: cosmological model, the Lyra geometry, the cosmological member, the accelerated universe expansion.

Введение

Модели с динамическим космологическим членом $\Lambda(t)$ привлекли к себе внимание с тех пор, как проблема космологической постоянной получила реальное подтверждение уменьшения $\Lambda(t)$ со временем. Существует значительное число данных наблюдений для определения космологической постоянной Эйнштейна, Λ или материальной компоненты Вселенной, медленно меняющейся со временем и, таким образом, действующей подобно Λ. Кроме того, последние наблюдения сверхновых звезд типа Ia [1, 2], анизотропии космического микроволнового фона, исследования галактик и гравитационного линзирования свидетельствуют в пользу ненулевой космологической «постоянной» с относительной плотностью $\Omega_\Lambda = \Lambda / 3H_0^2 \approx 0,6 - 0,7$. Эта величина не могла бы оставаться постоянной при длительном наблюдении. Более того, последние исследования нелокальных эффектов, кротовых нор, инфляционных механизмов и космологических возмущений свидетельствуют в пользу убывающего со временем эффективного космологического члена.

Вместе с тем формальное введение динамического Λ-члена в уравнение Эйнштейна общей теории относительности (ОТО) приводит к нарушению закона сохранения энергии-импульса для материи, который следует из этого уравнения в силу тождества Бианки для тензора кривизны Римана в случае, если космологический член постоянен или равен нулю. Ранее ряд авторов исследовали космологические модели в геометрии Лиры (G. Lyra), являющейся обобщением римановой геометрии, путем введения калибровочной функции, которая устраняет неинтегрируемость длины вектора при параллельном переносе, характерную для теории Вейля (см., например, [3] и приведенные там ссылки). Было отмечено, что космология, основанная на многообразии Лиры с постоянным калибровочным вектором, либо подобна С-полевой теории Хойла – Нарликара, либо содержит некоторое вакуумное поле, которое вместе с полем калибровочного вектора можно рассматривать как космологический член. Скалярно-полевые космологические модели в геометрии Лиры исследованы в [4]. Там же было отмечено, что свободное от взаимодействия с материей поле вектора смещения, зависимое от времени, не нарушающее закон сохранения энергии-импульса материи, может служить физическим аналогом только идеальной жидкости с предельно жестким уравнением состояния. Однако можно предположить, что одновременный учет динамического Λ-члена и поля смещения может не только предотвратить нарушение закона сохранения энергии-импульса материи, но и значительно обогатить теорию, допуская законы эволюции, согласующиеся с наблюдательными данными.

Целью настоящей работы является построение космологических моделей в геометрии Лиры при условии минимальности взаимодействия материи с полем вектора смещения и динамическим Λ-членом. Мы находим точные решения уравнений динамики такой модели при различных уравнениях состояниях материи, заполняющей Вселенную, и определенных предположениях относительно эволюции космологического члена. Кроме того, мы анализируем возможность ускоренного космологического расширения в рамках рассматриваемых моделей на основе точных решений.

1. Основные уравнения модели

Уравнения Эйнштейна с Λ-членом на многообразии Лиры имеют вид

$$R_{ik}-\frac{1}{2}g_{ik}R-\Lambda g_{ik}+\frac{3}{2}\varphi_i\varphi_k-\frac{3}{4}g_{ik}\varphi^j\varphi_j=T_{ik}, \tag{1}$$

где φ_i – вектор смещения, гравитационная постоянная $8\pi G=1$, а остальные символы имеют обычные значения. Тензор энергии-импульса материи T_{ik} может быть выражен обычным образом через лагранжиан. Рассматривая материю как некоторую эффективную идеальную жидкость, можем записать:

$$T_{ik}=(\rho_m+p_m)u_iu_k-p_m\,g_{ik}, \tag{2}$$

причем $u_iu^i=1$ и в сопутствующих координатах $u_i=(1,0,0,0)$. Представим далее φ_i в виде времени-подобного векторного поля смещения:

$$\varphi_i=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\beta,0,0,0\right), \tag{3}$$

где $\beta=\beta(t)$ – функция, зависящая только от времени, а коэффициент $2/\sqrt{3}$ введен для упрощения записи последующих уравнений. Пространственно-временная метрика Фридмана – Робертсона – Уокера (ФРУ) записывается в виде: $ds^2=dt^2-a^2(t)(dr^2+\xi^2(r)d\Omega^2)$, где $a(t)$ – масштабный фактор Вселенной, $\xi(r)=\sin r, r, \sinh r$ в соответствии со знаком кривизны $k=+1,0,-1$. С учетом этой метрики и выражений (2), (3) уравнения поля (1) сводятся к следующей системе уравнений:

$$3H^2+\frac{3k}{a^2}-\beta^2=\rho_m+\Lambda,\;\; 2\dot{H}+3H^2+\frac{k}{a^2}+\beta^2=-p_m+\Lambda, \tag{4}$$

где $H=\dot{a}/a$ – параметр Хаббла, а точка над символом здесь и далее означает производную по времени t.

Как следствие уравнений (4) можно записать уравнение неразрывности для эффективной материи:

$$\dot{\rho}_m+\dot{\Lambda}+2\beta\dot{\beta}+3H\left[\rho_m+p_m+2\beta^2\right]=0. \tag{5}$$

Известно, что для анализа возможности ускоренного режима расширения Вселенной полезен так называемый параметр замедления q, определяемый как

$$q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = -1 - \frac{\dot{H}}{H^2}. \qquad (6)$$

Чтобы продвинуться дальше в исследовании модели, необходимо определиться с типом зависимости космологического члена (или поля вектора смещения) от времени или типом взаимодействия геометрических полей между собой и с материей. Далее для простоты мы будем рассматривать пространственно плоскую космологию ФРУ с $k = 0$. Запишем основные уравнения модели (4) в следующем виде:

$$3H^2 = \rho_m + \Lambda + \beta^2, \quad 2\dot{H} = -(\rho_m + p_m + 2\beta^2), \qquad (7)$$

причем уравнение неразрывности (5) остается в том же виде и следует из системы (7).

Основное предположение относительно нашей модели заключается в минимальности взаимодействия материи с полем вектора смещения и космологическим членом на многообразии Лиры, выражающееся в том, что между ними нет прямого взаимодействия, а таковое осуществляется только через гравитационное поле. Это позволяет избежать нарушения закона сохранения энергии-импульса материи с минимальными допущениями относительно вектора смещения. Действительно, из общековариантного уравнения сохранения энергии-импульса $T^k_{i;k} = 0$ и тождества $G^k_{i;k} = 0$ для тензора Эйнштейна основное уравнение (1) приводит к следующему соотношению для космологического члена и поля смещения:

$$\Lambda_{;i} - \frac{3}{2}\left(\varphi_i \varphi^k - \frac{1}{2}\delta_i^k \varphi^j \varphi_j\right)_{;k} = 0. \qquad (8)$$

В отсутствие космологического члена или его постоянства, когда $\Lambda_{;\,i} \equiv 0$, уравнение (8) приводит к интерпретации поля смещения как аналога предельно жесткой идеальной жидкости с уравнением состояния $w_{sf} = +1$. Предположение о неисчезающем и зависящем от времени космологическом члене позволяет значительно расширить возможности модели в описании реальных процессов, происходящих во Вселенной.

Условие минимальности взаимодействия означает, что в уравнении неразрывности (5) соответствующий закон сохранения энергии-импульса для материи выполняется независимо от присутствия $\Lambda(t)$ и $\beta(t)$:

$$\dot{\rho}_m + 3H(\rho_m + p_m) = 0. \qquad (9)$$

При этом оставшаяся часть уравнения (5), т.е. уравнение (8), имеет вид

$$\dot{\Lambda} + 2\beta\dot{\beta} + 6H\beta^2 = 0. \qquad (10)$$

Определяющая динамику модели система уравнений (7), (9), (10) должна быть дополнена теми или иными условиями до замкнутой. Наиболее реалистичные условия заключаются в задании некоторого уравнения состояния материи, т.е. $p_m = w_m \rho_m$, и некоторого темпа эволюции космологического члена $\Lambda(t)$, соответствующего современным наблюдательным данным. Разумеется, этим случаем не ограничиваются возможности рассмотрения точных решений в рамках исследуемой модели, но в настоящей работе мы ограничимся именно этим случаем, поскольку при этом мы не строим каких-либо предположений относительно не имеющей наблюдательных данных зависимости $\beta(t)$.

Будем считать, что заполняющая Вселенную материя может рассматриваться как баротропная жидкость с постоянным уравнением состояния: $-1 \le w_m \le 1$. Тогда уравнение (9) легко интегрируется и дает

$$\rho_m = \rho_0 a^{-3(1+w_m)}, \tag{11}$$

где ρ_0 суть константа интегрирования. При этом остальные уравнения системы (7) записываются в следующем виде:

$$3H^2 = \rho_0 a^{-3(1+w_m)} + \Lambda + \beta^2; \tag{12}$$

$$2\dot{H} = -(1+w_m)\rho_0 a^{-3(1+w_m)} - 2\beta^2, \tag{13}$$

а уравнение (10) не изменяется и является дифференциальным следствием уравнений (12), (13), в чем легко убедиться прямым вычислением.

Таким образом, задача свелась к решению системы уравнений (12), (13) либо для $H(t)$ и $\beta(t)$ при некоторых заданных функциях $\Lambda(t)$, либо для $H(t)$ и $\Lambda(t)$ при заданной функции $\beta(t)$. Поскольку отсутствует какая-либо информация о возможной зависимости $\beta(t)$, мы рассматриваем модели с заданными феноменологическими зависимостями $\Lambda(t)$, предполагая две возможные функции, имеющие наблюдательное обоснование и широко обсуждаемые в литературе, а именно:

$$(i)\ \Lambda(t) = \frac{\alpha}{t^2},$$

$$(ii)\ \Lambda(t) = \frac{\alpha}{t} H(t).$$

При этом следует отдельно остановиться на случаях $w_m = -1$ и $w_m \ne -1$

2. Модели с квазивакуумным состоянием материи: $w_m = -1$

В этом случае из уравнения (11) следует обычное свойство квазивакуумного состояния: $p_m = -\rho_m = -\rho_v = \text{const}$. Тогда уравнения (12), (13) могут быть переписаны в виде

$$\dot{H} + 3H^2 = \rho_v + \Lambda, \quad \beta^2 = -\dot{H}. \tag{14}$$

Видно, что постоянная плотность энергии вакуум-подобной материи ρ_0 может быть отнесена к космологическому члену. Обозначая

$\Lambda_{eff} = \rho_v + \Lambda$, имеем из (14): $\dot{H} + 3H^2 = \Lambda_{eff}$. Рассмотрим отдельно два случая зависимости $\Lambda_{eff}(t)$, отмеченные выше.

Для закона (i) получаем как результат решения уравнений (14) с $\Lambda_{eff} = \alpha / t^2$ следующие выражения:

$$H(t) = \frac{1}{6t}\left\{1 + n_\alpha \tanh\left[\frac{n_\alpha}{2}\ln(t/t_0)\right]\right\}; \tag{15}$$

$$a(t) = a_0\left(\frac{t}{t_0}\right)^{1/6}\cosh^{1/3}\left[\frac{n_\alpha}{2}\ln\left(\frac{t}{t_0}\right)\right]; \tag{16}$$

$$\beta^2(t) = \frac{1}{12t^2}\left\{\left(1 + n_\alpha \tanh\left[\frac{n_\alpha}{2}\ln(t/t_0)\right]\right)^2 + 1 - n_\alpha^2\right\}, \tag{17}$$

где $n_\alpha = \sqrt{1+12\alpha}$. Графики функций $a(t)$ и $H(t)$ для этих решений при двух значениях константы связи α представлены на рис. 1.

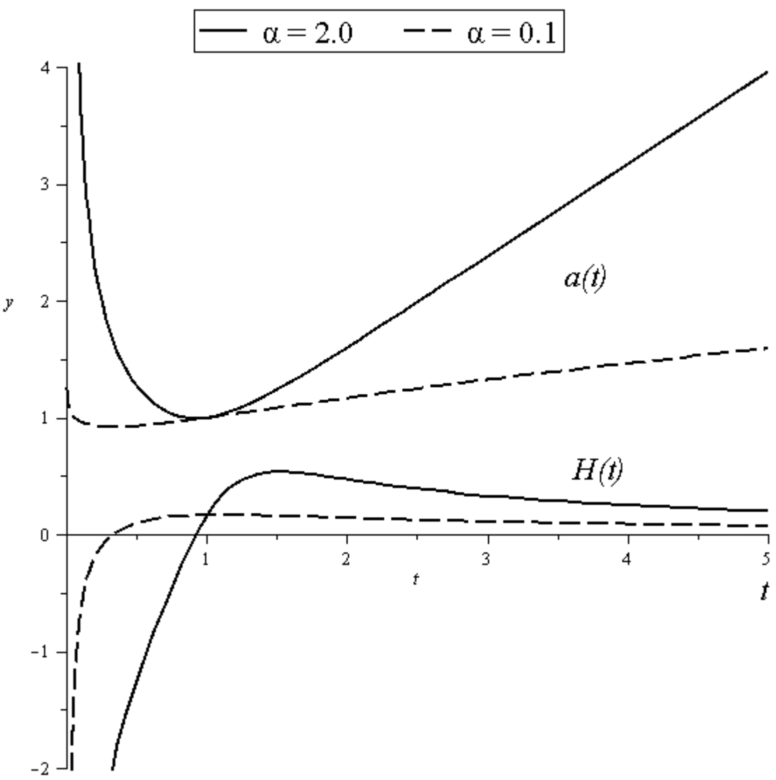

Рис. 1. Масштабный фактор $a(t)$ и параметр Хаббла $H(t)$ для заполненной вакуумом Вселенной в случае $\Lambda_{eff} = \alpha / t^2$ при двух значениях константы связи α и $t_0 = 1$

Легко найти, что параметр замедления (6) в силу выражения (15) равен

$$q(t) = 2 - 3\frac{n_\alpha^2 - 1}{\left(1 + n_\alpha \tanh\left[\frac{n_\alpha}{2}\ln(t/t_0)\right]\right)^2}. \tag{18}$$

Графики функции $q(t)$ для различных значений константы связи α показаны на рис. 2.

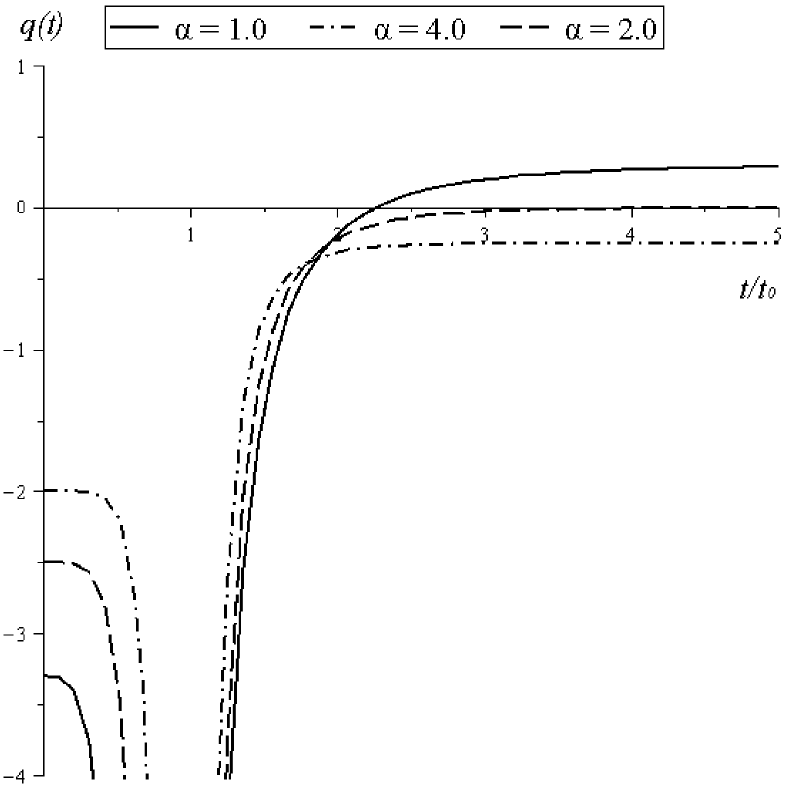

Рис. 2. Зависимость от времени t параметра замедления q в модели $\Lambda_{eff} = \alpha / t^2$ при различных значениях константы связи α

Видно, что для каждого значения α существует конечное положительное значении t_{cr}, при котором параметр замедления равен отрицательной бесконечности. Это значение t_{cr} можно найти из равенства знаменателя дроби в формуле (18). Вместе с тем из уравнения (17) следует, что поле смещения становится вещественным только начиная с некоторого момента времени t_i, который можно найти из условия $\beta = 0$. Таким образом,

$$t_{cr} = t_0\left(\frac{n_\alpha - 1}{n_\alpha + 1}\right)^{\frac{1}{n_\alpha}}, \quad t_i = t_0\left(\frac{n_\alpha - 1 + \sqrt{n_\alpha^2 - 1}}{n_\alpha + 1 - \sqrt{n_\alpha^2 - 1}}\right)^{\frac{1}{n_\alpha}}, \tag{19}$$

откуда следует, что $t_i = 0$ только для $n_\alpha = 1$, т.е. для $\alpha = 0$. Из сравнения формул (19) видно, что за исключением тривиального случая $\alpha = 0$ всегда $t_i > t_{cr}$. При этом для $0 < \alpha \le 1/12$ имеем $t_i \le t_0$, а для $\alpha > 1/12$ всегда $t_i > t_0$. Эти оценки позволяют предположить, что реальный характер поля смещения с бесконечностью ускорения расширения рассматриваемая модель приобретает с момента $t \ge t_i$, когда не возникает проблем с вещественностью.

Для случая (ii) мы получаем из (14) следующее уравнение для параметра Хаббла:

$$\dot{H} + 3H^2 = \frac{\alpha}{t} H, \tag{20}$$

решение которого можно легко найти в виде

$$H(t) = \frac{\alpha(1+\alpha)}{3t_i} \frac{(t/t_i)^\alpha}{1+\alpha(t/t_i)^{\alpha+1}}, \tag{21}$$

где t_i суть константа интегрирования.

Интегрируя (21) относительно $a(t)$, находим зависимость масштабного фактора от космологического времени в виде

$$a(t) = a_0 \left[1 + \alpha(t/t_i)^{\alpha+1}\right]^{1/3}, \tag{22}$$

где a_0 – константа интегрирования. Используя второе уравнение из (14) и выражение (21), можно найти для поля смещения зависимость следующего вида:

$$\beta^2(t) = \frac{\alpha(1+\alpha)}{3t_i^2} \frac{(t/t_i)^{\alpha+1} - 1}{[1+\alpha(t/t_i)^{\alpha+1}]^2} (t/t_i)^{\alpha-1}. \tag{23}$$

Из этой зависимости β^2 от времени t видно, что поле β^2 изменяет знак в некоторый момент времени $t_i > 0$. Принимая во внимание выражение для параметра Хаббла (21), в результате простых вычислений получаем для параметра замедления (6):

$$q(t) = -1 + \frac{3}{1+\alpha}\left[1 - \left(\frac{t_i}{t}\right)^{\alpha+1}\right]. \tag{24}$$

Эволюция масштабного фактора $a(t)$ и параметра Хаббла $H(t)$ для этого случая графически представлена на рис. 3, а зависимость $q(t)$ показана на рис. 4.

3. Модель с уравнением состояния материи $w_m \ne -1$

Умножая уравнение (12) на $(1+w_m) \ne 0$ и складывая его с уравнением (13), получаем одно из независимых уравнений системы в виде

$$2\dot{H} + 3(1+w_m)H^2 = (1+w_m)\Lambda - (1-w_m)\beta^2. \tag{25}$$

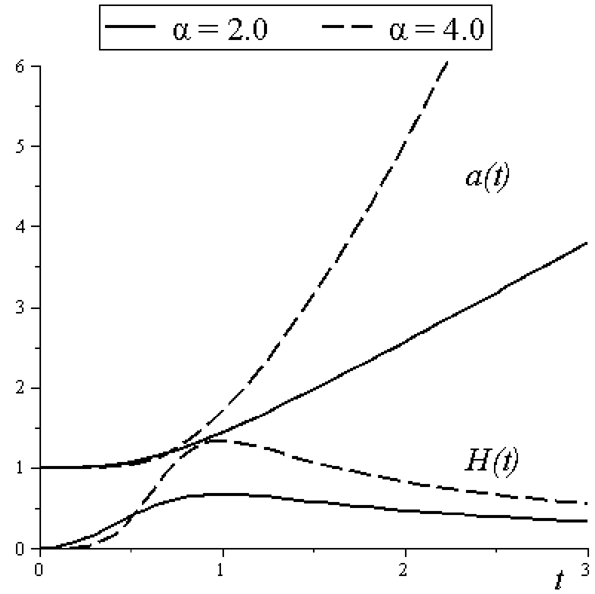

Рис. 3. Эволюция масштабного фактора $a(t)$ и параметра Хаббла $H(t)$ для случая $\Lambda_{eff} = (\alpha / t)H$ при $t_i = 1$

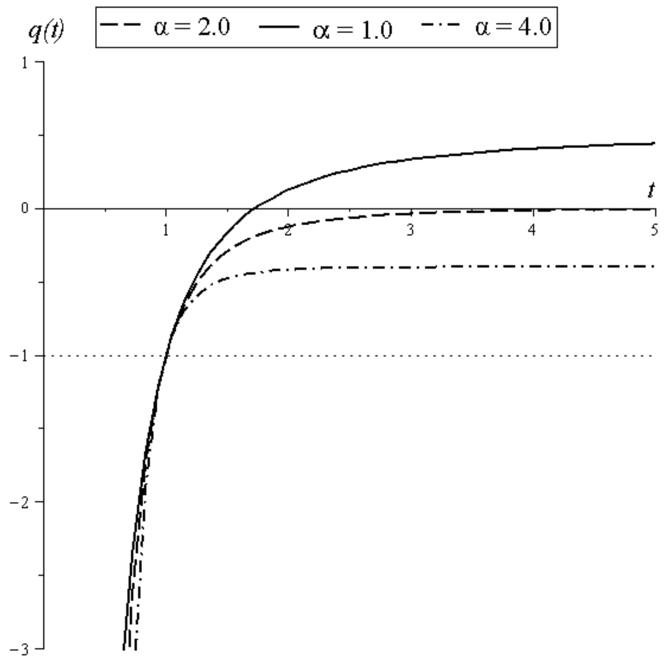

Рис. 4. Параметр замедления q в модели $\Lambda_{eff} = (\alpha / t)H$ при различных значениях константы связи α и $t_i = 1$

В качестве второго независимого уравнения возьмем уравнение (10).

Для этого случая заменим предположения о характере зависимости космологического члена от времени его пропорциональностью инварианту поля вектора смещения, реализуя высказанную ранее идею о возможной роли поля смещения в качестве эффективного Λ-члена в уравнении Эйнштейна. Преобразованием к новой переменной

$$x = \ln\left[a(t) / a(t_{in})\right] \;\Rightarrow\; H(t) = \frac{dx}{dt}, \tag{26}$$

совпадающей с числом е-фолдов (e-folds), которое означает расширение Вселенной в e^x раз к данному моменту времени при значении масштабного фактора $a_i = a(t_{in})$ в начальный момент времени t_{in}, уравнение (10) можно переписать в виде $\Lambda' + (\beta^2)' + 6(\beta^2) = 0$. Точные решения этого уравнения можно найти, реализуя сделанное выше предположение относительно связи космологического члена с инвариантом вектора смещения в подстановке вида $\Lambda' = \gamma(\beta^2)' - 6\eta(\beta^2)$, где γ и η – произвольные положительные константы. В результате находим, что

$$\Lambda(x) = \Lambda_0\, e^{-6\frac{1-\eta}{1+\gamma}x},\; \beta^2(x) = \Lambda_0 \frac{1-\eta}{\gamma+\eta}\, e^{-6\frac{1-\eta}{1+\gamma}x}, \tag{27}$$

где Λ_0 суть постоянная интегрирования. Видно, что вещественность поля вектора смещения соответствует убывающему характеру поведения Λ-члена и самого поля вектора смещения β^2 при $(1-\eta)/(1+\gamma) > 0$. Заметим, что в силу (26) из (27) следует зависимость $\Lambda(t) \propto a(t)^{-b}$ с $b > 0$, которую ранее рассматривали, например, в [5].

Подстановка выражений (27) приводит уравнение (25) к следующему виду:

$$\frac{dH^2}{dx} + 3(1+w_m)H^2 = \Lambda_0\left[(1+w_m) - (1-w_m)\frac{1-\eta}{\gamma+\eta}\right]\cdot e^{-6\frac{1-\eta}{1+\gamma}x}. \tag{28}$$

Общий интеграл данного уравнения может быть записан как

$$H^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \frac{A}{B-b}e^{-bx} + Ce^{-Bx}, \tag{29}$$

где

$$A = \Lambda_0\left[(1+w_m) - (1-w_m)\frac{1-\eta}{\gamma+\eta}\right] = 2\Lambda_0\frac{B-b}{6-b},$$

$$B = 3(1+w_m),\; b = \frac{6}{1+\gamma}; \tag{30}$$

C – суть постоянная интегрирования. При этом, как видно из решения, предполагается, что $B \neq b$, т.е. $w \neq w_{m0} = (1-\gamma-2\eta)/(1+\gamma)$. В противном случае, т.е. для $w = w_{m0} \Leftrightarrow A = 0$, решение уравнения (28) можно записать в виде

$$H^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = Ce^{-3(1+w_m)x}, \tag{31}$$

где $C > 0$. Принимая во внимание определение (26), просто убедиться, что решение уравнения (31) относительно $a(t)$ воспроизводит решение стандартной модели ФРУ: $a(t) \propto t^{2/3(1+w_m)}$.

В случае $w \neq w_{m0}$ общее решение уравнения (29) относительно $a(t)$ может быть записано только в неявном виде:

$$\int^{a(t)/a_i} \frac{\xi^{\frac{B}{2}-1} d\xi}{\sqrt{C_0 + \xi^{B-b}}} = \pm\sqrt{\frac{\Lambda_0}{3}\left(\frac{\gamma+1}{\gamma+\eta}\right)}\, t + C_1, \tag{32}$$

где $C_0 = C(B-b)/A$ – безразмерная константа; C_1 – постоянная интегрирования; равенство $A/(B-b) = \Lambda_0(1+\gamma)/3(\gamma+\eta)$ справедливо в силу (30). Интеграл в формуле (32) для $a(t)$ может быть найден для целого ряда значений B и b, определяемых выражениями (30) через уравнение состояния материи w_m и констант связи γ, η. Так, скажем, для $w_m = 0 \Rightarrow B = 3$ и $\gamma + 8\eta = 7 \Rightarrow b = 3/4$ из (32) имеем:

$$a(t) = a_0 \sinh^{2/3}\left(\sqrt{\frac{8\Lambda_0}{21}}\, t\right) \Rightarrow q(t) = -1 + \frac{3}{2}\cosh^{-2}\left(\sqrt{\frac{8\Lambda_0}{21}}\, t\right),$$

где $C_1 = 0$, откуда видно, что в начальный момент времени $q(0) = 1/2 > 0$, а затем в некоторый момент t_0, определяемый из условия $q(t_0) = 0$, замедленное расширение сменяется ускоренным: $q(t > t_0) < 0$. Вместе с тем можно проанализировать модель на наличие ускоренного режима расширения в общем случае, записывая параметр замедления (6) с помощью уравнения (25) и решения (27), (29) в следующем виде:

$$q(x) = -1 + \frac{B}{2} - \frac{(B-b)e^{(B-b)x}}{2\left[C_0 + e^{(B-b)x}\right]}, \tag{33}$$

где $B \neq b \Leftrightarrow w \neq w_{m0}$. Из этого выражения видно, что параметр замедления эволюционирует от значения $q_i = q(-\infty) = -1 + B/2$ в начале расширения до $q_f = q(+\infty) = -1 + b/2$ к настоящему времени при условии $B > b$, но от q_f до q_i при $B < b$. Знаменатель дроби в формуле (33) неотрицателен, как это следует из правой части уравнения (29), записанного как $H^2 = [\Lambda_0(1+\gamma)/3(\gamma+\eta)]e^{-Bx}[C_0 + e^{(B-b)x}] \geq 0$. Поскольку последнее должно выполняться для всех значений $x \in (-\infty, +\infty)$, то $C_0 \geq 0$. На рис. 5 представлены графики зависимости $q(x)$ согласно уравнению (33) для ряда значений w_m и $C_0 = 1$. Отметим, что при частном значении константы связи $\eta = 0$ модель исследовалась ранее в работе автора [6].

Заключение

Таким образом, нами построены и исследованы космологические модели в геометрии Лиры в предположении минимальности взаимодействия материи с полем вектора смещения и динамическим Λ -членом. Получены точные решения уравнений динамики модели для случаев $w_m = -1$ и $w_m \neq -1$ при различных предположениях относительно эволюции космологического члена. Интересной особенностью моделей с квазивакуумным состоянием материи, наблюдаемой на рис. 2 и 4, является то, что эти модели начинают расширяться сверхускоряясь, но затем приходят к состоянию либо постоянного ускорения, либо не ускоренного расширения $q \geq 0$ в зависимости от значения констант связи γ и η. Можно предполагать, что такие модели имеют прямое отношение к инфляционному периоду эволюции Вселенной.

Космологическая модель, рассмотренная в последнем разделе работы в предположении пропорциональности космологического члена инварианту поля смещения, демонстрирует тенденцию перехода от замедленного расширения к ускоренному, что можно наблюдать на рис. 5. Такое поведение модели позволяет предположить ее отношение к феномену позднего ускоренного расширения Вселенной, надежно подтвержденного наблюдательными данными [1, 2].

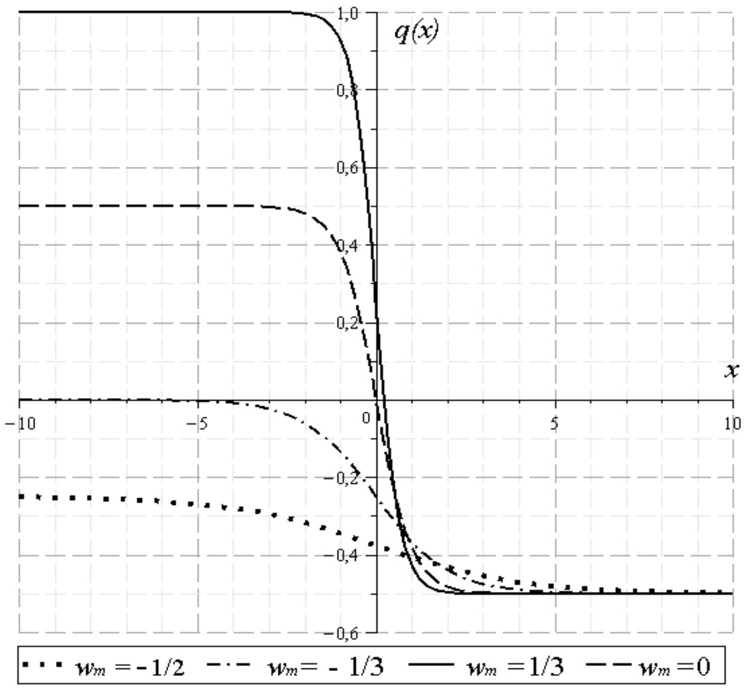

Рис. 5. Эволюция параметра замедления в модели $\Lambda' = \gamma(\beta^2)' - 6\eta(\beta^2)$ для некоторых $w_m \neq -1$ при $b = 1$ и $C_0 = 1$

Список литературы

1. **Riess, A. G.** Results from the High-z Supernova Search Team / A. G. Riess et al. // Astron. J. – 1998. – Vol. 116. – P. 1009.

2. **Perlmutter, S.** Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae / S. Perlmutter, et al. // Astrophys. J. – 1999. – Vol. 517. – P. 565.
3. **Singh, T.** Lyra's Geometry and Cosmology: A Review / T. Singh, G. P. Singh // Fortschritte der Physik/Progress of Physics. – 1993. – Vol. 41. – P. 737–764.
4. URL: http://arxiv.org; article-id: arXiv:[gr-qc] 1203.0917.
5. URL: http://arxiv.org; article-id: arXiv: [gr-qc] 1204.0774.
6. **Shchigolev, V. K.** Cosmological Models with a Varying Λ-Term in Lyra's Geometry / V. K. Shchigolev // Mod. Phys. Lett. A. – 2012. – Vol. 27. – P. 125064.

References

1. Riess A. G. et al. *Astron. J.* 1998, vol. 116, p. 1009.
2. Perlmutter S. et al. *Astrophys. J.* 1999, vol. 517, p. 565.
3. Singh T., Singh G. P. *Fortschritte der Physik/Progress of Physics*. 1993, vol. 41, pp. 737–764.
4. Available at: http://arxiv.org; article-id: arXiv:[gr-qc] 1203.0917.
5. Available at: http://arxiv.org; article-id: arXiv: [gr-qc] 1204.0774.
6. Shchigolev V. K. *Mod. Phys. Lett. A.* 2012, vol. 27, p. 125064.

Щиголев Виктор Константинович
кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра теоретической физики, Ульяновский государственный университет (Россия, Ульяновск, ул. Льва Толстого, 42)

Shchigolev Viktor Konstantinovich
Candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, sub-department of theoretical physics, Ulyanovsk State University (42 Lva Tolstogo street, Ulyanovsk, Russia)

E-mail: vkshch@yahoo.com

УДК 530.12:531.51; 524.834

Щиголев, В. К.

Космологическое ускорение в моделях с динамическим Λ-членом на многообразии Лиры / В. К. Щиголев // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2013. – № 3 (27). – С. 146–158.